第 1 問

問 1

(ア)

右向きを x 軸正方向，鉛直下向きを y 軸正方向にとる。

電車の速度 $\vec{v}=\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}$ とすると，$\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \dfrac{40.0\times10^3}{36\times10^2}[\mathrm{m/s}] \\ 0 \end{pmatrix}$

雨は鉛直に降っているから，

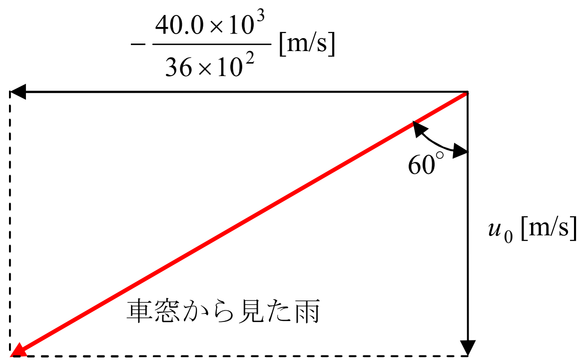
雨の速度を $\vec{u}=\begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix}$ とすると，$\begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ u_0 \end{pmatrix}$

よって，電車の車窓から見た雨の速度は，

$$\vec{u}-\vec{v}=\begin{pmatrix} 0 \\ u_0 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} \dfrac{40.0\times10^3}{36\times10^2} \\ 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -\dfrac{40.0\times10^3}{36\times10^2} \\ u_0 \end{pmatrix}$$

これと雨粒の軌跡が垂直から 60.0 度の角度をなしていたことから，

下図のようになる。



$$\therefore \tan 60^\circ=\left|\frac{-\dfrac{40.0\times10^3}{36\times10^2}}{u_0}\right|$$

$$\therefore |u_0|=u_0=\frac{40.0\times10^3}{36\times10^2}\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{100}{9}\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{173}{27}\approx 6.407$$

よって，6.41[m/s]　・・・(答)

相対的関係とベクトル

A から見た B をベクトルで表すと $\overrightarrow{AB}$ であり，

大地の観測者 O から見た A と B はそれぞれ $\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$ と表せるから，

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}$ となる。

問 2

(イ)

x 軸方向の初速度は $\frac{U}{\sqrt{2}}$ であり，慣性力を考えなくてよいから，等速度運動をする。

よって，時刻 t 秒後の x 座標は，$\frac{U}{\sqrt{2}}t$ ・・・(答)

(ウ)

y 軸方向の運動は初速度 $\frac{U}{\sqrt{2}}$，重力加速度 g の鉛直投げ上げ運動だから，

時刻 t 秒後の y 座標は，$\frac{U}{\sqrt{2}}t-\frac{1}{2}gt^2$ ・・・(答)

(エ)

B の y 座標は 0 だから，$\frac{U}{\sqrt{2}}t-\frac{1}{2}gt^2=0$

$t\neq 0$ より，点 B に命中する時刻は，$t=\frac{\sqrt{2}U}{g}$

このとき x 座標は R だから，$\frac{U}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}U}{g}=R$

$U>0$ より，$U=\sqrt{gR}$ ・・・(答)

別解

B に命中する時刻は，x 座標が R になる時刻だから，

$\frac{U}{\sqrt{2}}t=R$ より，$t=\frac{\sqrt{2}R}{U}$

このとき y 座標は 0 だから，

$$\frac{U}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}R}{U}-\frac{1}{2}g\left(\frac{\sqrt{2}R}{U}\right)^2=0 \quad \therefore R\left(U^2-gR\right)=0$$

$R\neq 0$，$U>0$ より，$U=\sqrt{gR}$ ・・・(答)

問 3

（オ）

物体の鉛直方向の運動は変わらないから，

B に命中する時刻は，（エ）の解説より，$t=\dfrac{\sqrt{2}U}{g}$

x 軸方向は慣性力による大きさ a 加速度を x 軸方向に受けるから，その加速度は a

よって，時刻 t における物体の x 座標は，$\dfrac{U}{\sqrt{2}}t+\dfrac{1}{2}at^2$

$t=\dfrac{\sqrt{2}U}{g}$ の x 座標は R だから，

$$\frac{U}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}U}{g}+\frac{1}{2}a\cdot\left(\frac{\sqrt{2}U}{g}\right)^2=R \quad \therefore U^2=\frac{g^2R}{g+a}$$

$U>0$ より，$U=g\sqrt{\dfrac{R}{g+a}}$ ・・・(答)

（カ）

最高点の高さが H となるときの初速度を U_0 とすると，

$0-\left(\dfrac{U_0}{\sqrt{2}}\right)^2=2\cdot(-g)\cdot H$ より，$U_0{}^2=4gH$

よって，天井に衝突しないためには，$U^2<U_0{}^2$ であればよい。

$U^2=\dfrac{g^2R}{g+a}$ より，

$U^2<U_0{}^2$ ならば，$\dfrac{g^2R}{g+a}<4gH$

$\therefore R<\dfrac{4(g+a)H}{g}$ ・・・(答)

慣性力による加速度と相対加速度

ニュートンの運動法則

第 1 法則（慣性の法則）

すべての物体は，外力を受けない限り，その速度を変えることはない。

つまり，静止しているものが動き出したり，動いているものがその速さや向きを変えるには外から力を加えなければならない。

第 2 法則（力の定義）

物体に力が働けば加速度を生じ，その向きは，力の向きに等しく，

その大きさは，力の大きさに比例し物体の質量に反比例する。

物体の質量を m，物体に働く力の大きさを f，物体の加速度の大きさを a とすると，

$a=\frac{f}{m}$ あるいは，$f=ma$

第 3 法則（作用・反作用の法則）

物体 A が物体 B に力をおよぼすと，物体 A はその力と同じ作用線上にあって，大きさが等しく向きが真逆の力を物体 B から受ける。

ニュートンの運動法則が成立しない系

列車が動き出すと，それまで静止していた物体が滑り始めるのを観察することがある。

これを車内の人がニュートンの運動法則で説明するとき，

第 1 法則により，空き缶に外力が働いたからだと説明する。

「では，その外力は？」となると，床がなめらかで水平だとすると，

重力も床からの抗力も物体が滑る向きと垂直だから，物体が滑るための外力ではない。

したがって，外力なしで，物体が滑ったことになる。

上の第 2 法則の式 $a=\frac{f}{m}$ では，左辺は $a>0$，右辺は $\frac{f}{m}=\frac{0}{m}=0$ となる。

そこで，ニュートンの運動法則を満たすべく幻の力を導入し，この力を慣性力という。

慣性力の向きと大きさ

加速度運動している系（加速度系）内の運動を説明するには，

慣性力を導入しなければならない。

系内の物体の質量を M，系の加速度の大きさを b とすると，

系内の物体は，大きさ Mb の慣性力を系の加速度の向きと逆向きに受ける。

この慣性力に基づく加速度 $-b$ は，結果的に次のように解釈できる。

列車は外力を受け大地に対し加速度 b で運動しているが，

車内の物体はその外力を受けないので大地に対する加速度は 0 である。

したがって，列車から見た車内の物体の加速度は，$0-b=-b$ となる。

よって，列車の観察者が見ると，系内の質量 M の物体には，

大きさ Mb の力が系の加速度の向きと逆向きに働いていることになる。

第 2 問

問 1

(キ)

電子は z 方向に外力 $-eE$ を受けるから， z 方向の加速度を a_z とすると，

電子の z 方向の運動方程式は， $ma_z = -eE \quad \therefore a_z = -\dfrac{eE}{m}$

よって，発射されてからの時刻 t における電子の z 座標は，

$$z = v\sin\theta \cdot t + \frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{eE}{m}\right)\cdot t^2 \quad ・・・①$$

と表される。

一方，発射されてからの時刻 t における電子の x 座標は，

$$x = v\cos\theta \cdot t \quad \therefore t = \frac{x}{v\cos\theta} \quad ・・・②$$

②を①に代入することにより，

$$z = v\sin\theta \cdot \frac{x}{v\cos\theta} + \frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{eE}{m}\right)\cdot\left(\frac{x}{v\cos\theta}\right)^2$$

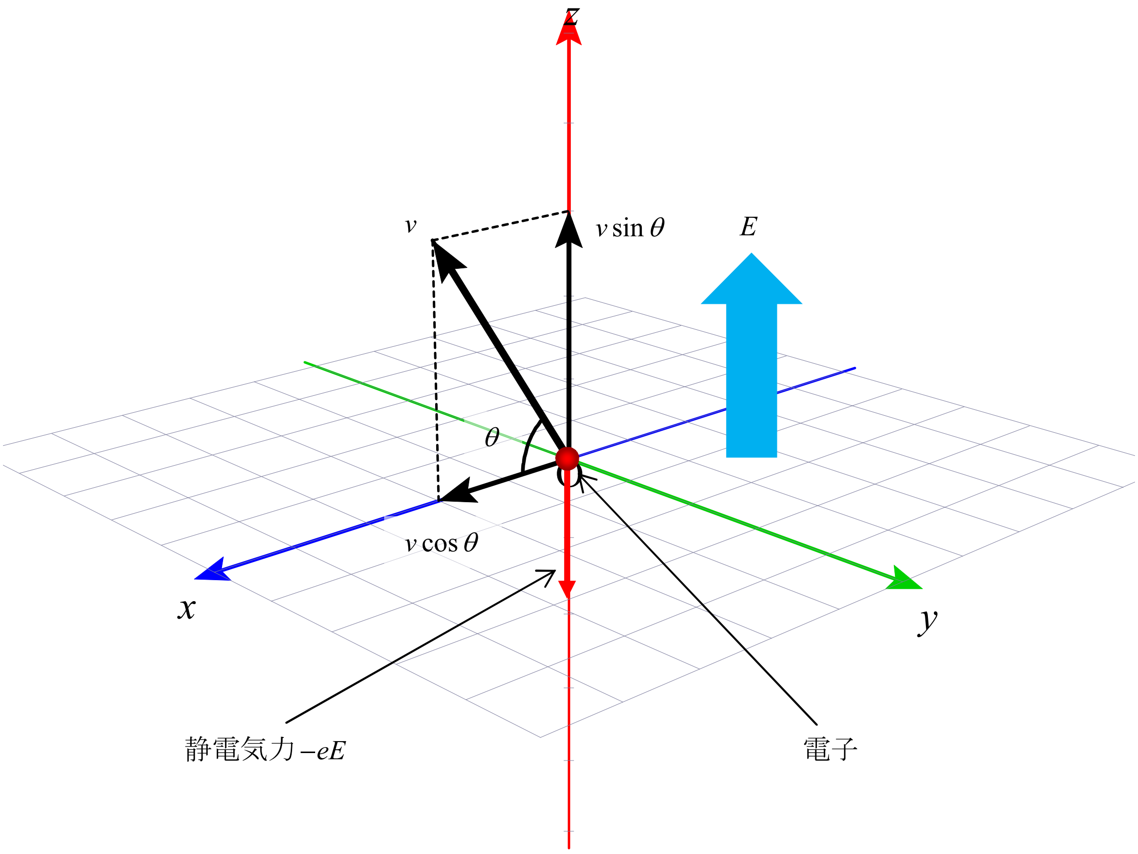
$$\therefore z = x\tan\theta - \frac{eE}{2mv^2\cos^2\theta}x^2 \quad ・・・(答)$$

(ク)

①で $z = 0$ となる時刻 t （$t \neq 0$）を求めればよい。

$$t\left\{v\sin\theta + \frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{eE}{m}\right)\cdot t\right\} = 0, \quad t \neq 0 \text{ より}, \quad v\sin\theta - \frac{eE}{2m}\cdot t = 0$$

$$\therefore t = \frac{2mv\sin\theta}{eE} \quad ・・・(答)$$



z
v
$v\sin\theta$
E
θ
O
$v\cos\theta$
x
y
静電気力 $-eE$
電子

問 2

(ケ)

ローレンツ力に関与する電子の速度の成分は，磁束密度と垂直な成分だから， $v\cos\theta$

よって，電子が受けるローレンツ力の大きさは， $eBv\cos\theta$

電子の運動を xy 平面上に正射影すると，

このローレンツ力が向心力となり，速さ $v\cos\theta$ で等速円運動をするのが観察される。

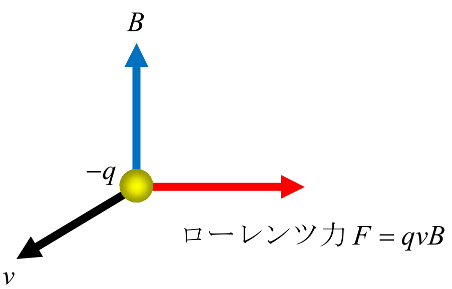
このときの運動方程式は，半径を r とすると，

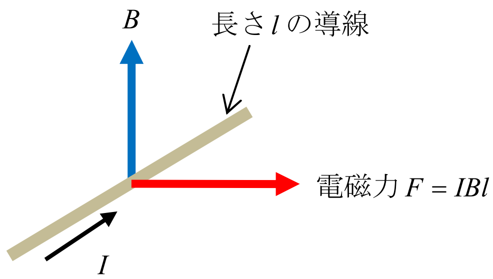
$m\dfrac{v^2\cos^2\theta}{r}=eBv\cos\theta$ より， $r=\dfrac{mv\cos\theta}{eB}$ ・・・(答)

補足

負電荷の移動の向きを導線を流れる電流の向きと対応させると右図となり，

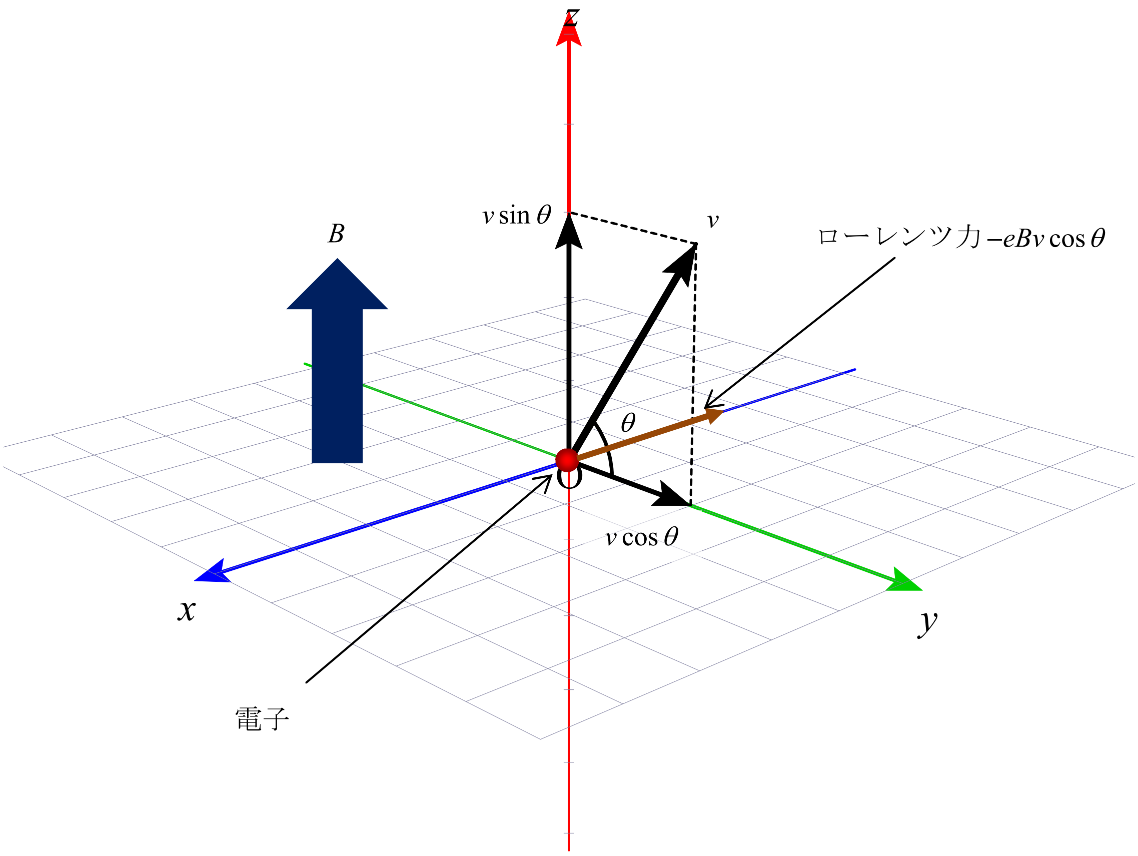
この導線が受ける電磁力の向きと負電荷が受けるローレンツ力の向きが一致する。





(コ)

$v\sin\theta$


z
B
v sin θ
v
ローレンツ力 −eBv cos θ
θ
O
v cos θ
x
y
電子

問 3

(サ)

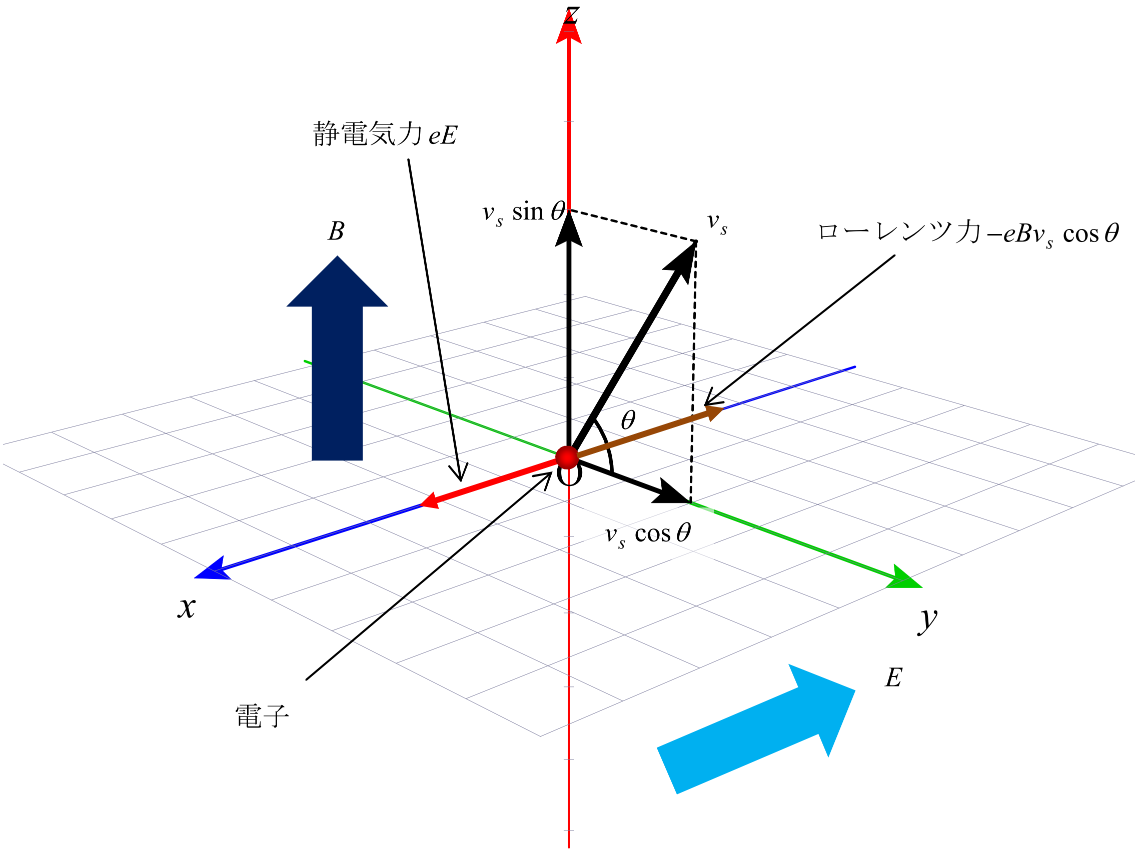
$-x$ ・・・(答)

下図参照

(シ)

力の大きさのつり合いより， $eE = eBv_s \cos\theta$

$\therefore v_s = \dfrac{E}{B\cos\theta}$ ・・・(答)



第 3 問

熱力学問題を要領よく解くためのコツ

・気体の状態量を，たとえば (P, V, n, T) のように成分表示する。

定性的に考える手間が軽減される。

気体の状態をメモすることにもなり，状態変化の過程を追いやすい。

・ $PV = nRT$ から導かれる比例式 $\dfrac{PV}{nT} =$ 一定 または $\dfrac{nT}{PV} =$ 一定 を活用する。

これは化学の「気体の法則と性質」についてもいえる。

・定圧（等圧）変化，定積（等積）変化，等温変化，断熱変化を見極め，
それぞれの状態変化についての熱力学第一法則の式を立てる。

・熱力学第一法則の式が立てやすくなるように系の範囲を設定する。

問 1

(ス)

熱力学第一法則 $Q = \Delta U + W$ （W は外部にした仕事）について，

A→B は断熱変化だから， $Q = 0$

よって，A→B を表す熱力学第一法則の式は,

$0 = \Delta U + W_{\rm AB}$

これと， $\Delta U = \dfrac{3}{2}R\Delta T = \dfrac{3}{2}R(T_{\rm B} - T_{\rm A})$ より，

$W_{\rm AB} = -\dfrac{3}{2}R(T_{\rm B} - T_{\rm A})$ ・・・(答)

問 2

(セ)

状態 B$(p_{\rm B}, V_{\rm B}, T_{\rm B})$，状態 C$(2p_{\rm B}, V_{\rm B}, T_{\rm C})$とおくと，

$\dfrac{T_{\rm B}}{p_{\rm B} \cdot V_{\rm B}} = \dfrac{T_{\rm C}}{2p_{\rm B} \cdot V_{\rm B}}$ より，

$T_{\rm C} = 2T_{\rm B}$ ・・・(答)

(ソ)

熱力学第一法則 $Q = \Delta U + W$ （W は外部にした仕事）について，

B→C は等積変化だから， $W = 0$

よって，A→B を表す熱力学第一法則の式は,

$Q_1 = \Delta U$

ここで， $\Delta U = \dfrac{3}{2}R(T_{\rm C} - T_{\rm B})$， $T_{\rm C} = 2T_{\rm B}$ より，

$Q_1 = \dfrac{3}{2}RT_{\rm B}$ ・・・(答)

問 3

(タ)

熱力学第一法則 $Q=\Delta U+W$ （W は外部にした仕事）について，

C→D は断熱変化だから，$Q=0$

よって，C→D を表す熱力学第一法則の式は，

$0=\Delta U+W_{\mathrm{CD}}$

これと，$\Delta U=\frac{3}{2}R\Delta T=\frac{3}{2}R(T_{\mathrm{D}}-T_{\mathrm{C}})$ より，

$W_{\mathrm{CD}}=-\frac{3}{2}R(T_{\mathrm{D}}-T_{\mathrm{C}})$ ・・・(答)

問 4

(チ)

状態 D の体積は V_0 の $\frac{3}{2}$ 倍だから，$V_{\mathrm{D}}=\frac{3}{2}V_0$

等圧変化だから，$p_{\mathrm{A}}=p_{\mathrm{D}}$

よって，状態 A$(p_{\mathrm{A}},V_0,T_{\mathrm{A}})$，状態 D$\left(p_{\mathrm{A}},\frac{3}{2}V_0,T_{\mathrm{D}}\right)$

$$\therefore \frac{T_{\mathrm{A}}}{p_{\mathrm{A}}\cdot V_0}=\frac{T_{\mathrm{D}}}{p_{\mathrm{A}}\cdot\frac{3}{2}V_0}$$

$$\therefore T_{\mathrm{A}}=\frac{2}{3}T_{\mathrm{D}}$$

単原子分子の等圧モル比熱 $=\frac{5}{2}R$ より，

$$Q=\frac{5}{2}R(T_{\mathrm{A}}-T_{\mathrm{D}})=\frac{5}{2}R\left(\frac{2}{3}T_{\mathrm{D}}-T_{\mathrm{D}}\right)=-\frac{5}{6}RT_{\mathrm{D}}$$

よって，放出した熱 $Q_2=\frac{5}{6}RT_{\mathrm{D}}$ ・・・(答)

問 5

(ツ)

系がした仕事

$$W_{\mathrm{AB}}+W_{\mathrm{CD}}+W_{\mathrm{DA}}=-\frac{3}{2}R(T_{\mathrm{B}}-T_{\mathrm{A}})+\left\{-\frac{3}{2}R(T_{\mathrm{D}}-T_{\mathrm{C}})\right\}+W_{\mathrm{DA}}$$

ここで,

$$\begin{aligned}W_{\mathrm{DA}}&=p_{\mathrm{A}}(V_0-V_{\mathrm{D}})\\&=p_{\mathrm{A}}\left(V_0-\frac{3}{2}V_0\right)\\&=-\frac{1}{2}p_{\mathrm{A}}V_0\\&=-\frac{1}{2}RT_{\mathrm{A}}\\&=-\frac{1}{2}R\cdot\frac{2}{3}T_{\mathrm{D}}\\&=-\frac{1}{3}RT_{\mathrm{D}}\end{aligned}$$

あるいは,

(チ) の等圧変化 $Q=\frac{5}{2}R(T_{\mathrm{A}}-T_{\mathrm{D}})$ の内部エネルギー変化 $\Delta U=\frac{3}{2}R(T_{\mathrm{A}}-T_{\mathrm{D}})$ だから,

$$W_{\mathrm{DA}}=Q-\Delta U=R(T_{\mathrm{A}}-T_{\mathrm{D}})=R\left(\frac{2}{3}T_{\mathrm{D}}-T_{\mathrm{D}}\right)=-\frac{1}{3}RT_{\mathrm{D}}$$

これと, $T_{\mathrm{C}}=2T_{\mathrm{B}}$, $T_{\mathrm{A}}=\frac{2}{3}T_{\mathrm{D}}$ より,

$$\begin{aligned}W_{\mathrm{AB}}+W_{\mathrm{CD}}+W_{\mathrm{DA}}&=-\frac{3}{2}R(T_{\mathrm{B}}-T_{\mathrm{A}})+\left\{-\frac{3}{2}R(T_{\mathrm{D}}-T_{\mathrm{C}})\right\}+\left(-\frac{1}{3}RT_{\mathrm{D}}\right)\\&=R\left(\frac{3}{2}T_{\mathrm{A}}-\frac{3}{2}T_{\mathrm{B}}+\frac{3}{2}T_{\mathrm{C}}-\frac{1}{3}T_{\mathrm{D}}\right)\\&=R\left(\frac{3}{2}\cdot\frac{2}{3}T_{\mathrm{D}}-\frac{3}{2}T_{\mathrm{B}}+\frac{3}{2}\cdot 2T_{\mathrm{B}}-\frac{11}{6}T_{\mathrm{D}}\right)\\&=R\left(\frac{3}{2}T_{\mathrm{B}}-\frac{5}{6}T_{\mathrm{D}}\right)\end{aligned}$$

系が吸収した熱量

$$Q_1=\frac{3}{2}RT_{\mathrm{B}}$$

よって,熱効率 $e=\dfrac{W_{\mathrm{AB}}+W_{\mathrm{CD}}+W_{\mathrm{DA}}}{Q_1}=\dfrac{R\left(\frac{3}{2}T_{\mathrm{B}}-\frac{5}{6}T_{\mathrm{D}}\right)}{\frac{3}{2}RT_{\mathrm{B}}}=1-\dfrac{5T_{\mathrm{D}}}{9T_{\mathrm{B}}}$ ・・・(答)

第 4 問

問 1

(テ)

n を自然数とすると，閉管内で共鳴が起こるための波長 $\lambda_{2n-1} = \dfrac{4L'}{2n-1}$

これと $V = f \cdot \lambda_{2n-1}$ より， $V = f \cdot \dfrac{4L'}{2n-1}$

よって， $L' = \dfrac{V}{4f}(2n-1)$ ・・・(答)

問 2

(ト) 4　(ナ) 2

問 3

(ニ) p，t

問 4

(ヌ)・(ネ)

音さ 1 の波長を λ_1，振動数を f_1

音さ 2 の波長を λ_2，振動数を f_2 とすると，

$\lambda_1 = L_3' - L_1' = 1.310 - 0.260 = 1.05$ [m]

$\lambda_2 = L_3' - L_1' = 1.328 - 0.262 = 1.066$ [m]

$\therefore f_1 = \dfrac{V}{1.05}$， $f_2 = \dfrac{V}{1.066}$， うなりの振動数$= \dfrac{10}{2} = 5$ より，

$$\frac{V}{1.05} - \frac{V}{1.066} = 5$$

$$\therefore 1.066V - 1.05V = 5 \cdot 1.05 \cdot 1.066$$

$$\therefore 0.016V = 5.1.05 \cdot 1.066$$

$$\therefore V = \frac{5 \cdot 1.05 \cdot 1.066}{0.016}$$

$\therefore f_1 = \dfrac{V}{1.05} = \dfrac{5 \cdot 1.066}{0.016} = 333.125$　$\therefore 333$ [Hz] ・・・(ヌ)

$\therefore f_2 = \dfrac{V}{1.066} = \dfrac{5 \cdot 1.05}{0.016} = 328.125$　$\therefore 328$ [Hz] ・・・(ネ)